

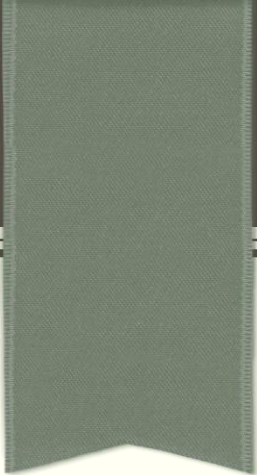


HCMUTE

# FLUID DYNAMICS

Hung-Son Dang Ph.D.





---

# **CHƯƠNG 3**

## **ĐỘNG HỌC LƯU CHẤT**

---

# OUTLINES

---

- 1. Khái niệm chung**
- 2. Đặc tính động học chất lưu**
- 3. Phân loại chuyển động**
- 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu**

# 1. Khái niệm chung

---

Thủy động lực học nghiên cứu các qui luật đặc trưng chuyển động của chất lưu và nghiên cứu ứng dụng các qui luật đó vào thực tế đời sống và sản xuất.

**Các thông số đặc trưng: (u, p,  $\rho$ ...)**

Vì ta coi chất lỏng là một môi trường liên tục nên các đại lượng cơ lý đều là hàm số liên tục của tọa độ không gian và thời gian:

$$u = u(x, y, z, t)$$

$$p = p(x, y, z, t)$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

u, p,  $\rho$  - gọi là các yếu tố chuyển động, các yếu tố thường hay được xét đến nhất là u, p còn  $\rho$  coi như không đổi vì ta xem lưu chất là không nén được.

# 1. Khái niệm chung

---

**a) Áp suất thủy động:** ký hiệu  $p$  [ $\text{N/m}^2$ ]

Phương:  $p$  có phương khác nhau tùy theo chất lỏng là lý tưởng hay thực.

Trong chất lỏng lý tưởng áp suất thủy động tác dụng thẳng góc và hướng vào mặt chịu tác dụng.

Trong chất lỏng thực áp suất thủy động tuy vẫn hướng vào mặt chịu tác dụng nhưng không theo phương pháp tuyến vì nó là tổng hợp của ứng suất pháp tuyến và ứng suất tiếp tuyến do lực nhớt gây ra.

Giá trị của áp suất thủy động  $p$  tại một điểm bằng:

$$p = \frac{p_x + p_y + p_z}{3}$$

Trong đó:  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  - là các ứng suất pháp tuyến được chiếu lên ba mặt vuông góc với ba trục  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  của hệ tọa độ vuông góc bất kỳ đặt trong dòng chất lỏng.

# 1. Khái niệm chung

---

## ***b) Vận tốc:***

Vận tốc điểm tức thời, ký hiệu  $u(x,y,z,t)$ : là vận tốc của một phần tử chất lỏng đo tại một vị trí nhất định trong dòng chảy tại một thời điểm nhất định.

Vận tốc điểm trung bình thời gian: ký hiệu là  $\bar{u}$ : là giá trị trung bình của vận tốc trong một khoảng thời gian  $T$  đủ dài.

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dT$$

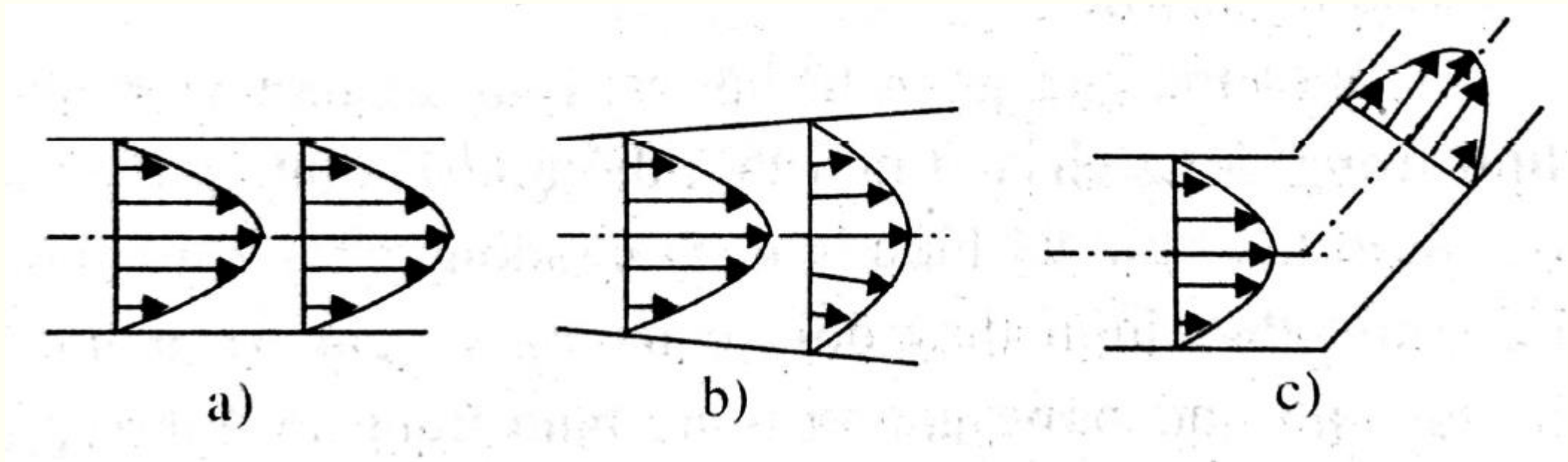
Vận tốc trung bình của dòng chảy hoặc lưu tốc trung bình, ký hiệu  $v_{TB}$ : là giá trị của vận tốc được tính trung bình trên một mặt cắt ngang vuông góc với trục dòng chảy.

$$v_{TB} = \frac{1}{S} \int_S u dS$$

(Hay còn gọi là vận tốc trung bình thiết diện ướt).

## 2. Đặc tính động học chất lưu

a) Đường dòng, ống dòng, dòng nguyên tố

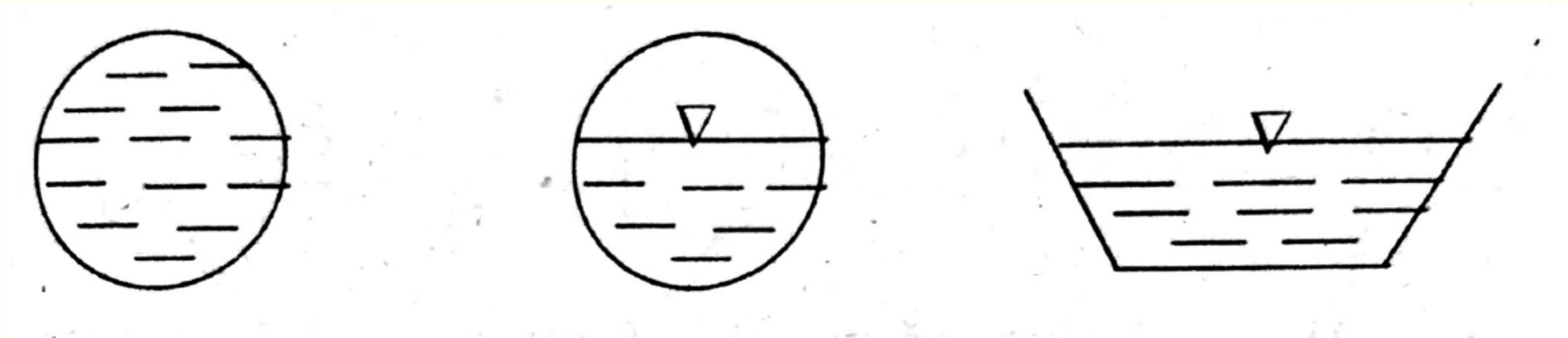


Hình 3.1 Phân loại dòng chảy

## 2. Đặc tính động học chất lưu

---

a) Đường dòng, ống dòng, dòng nguyên tố

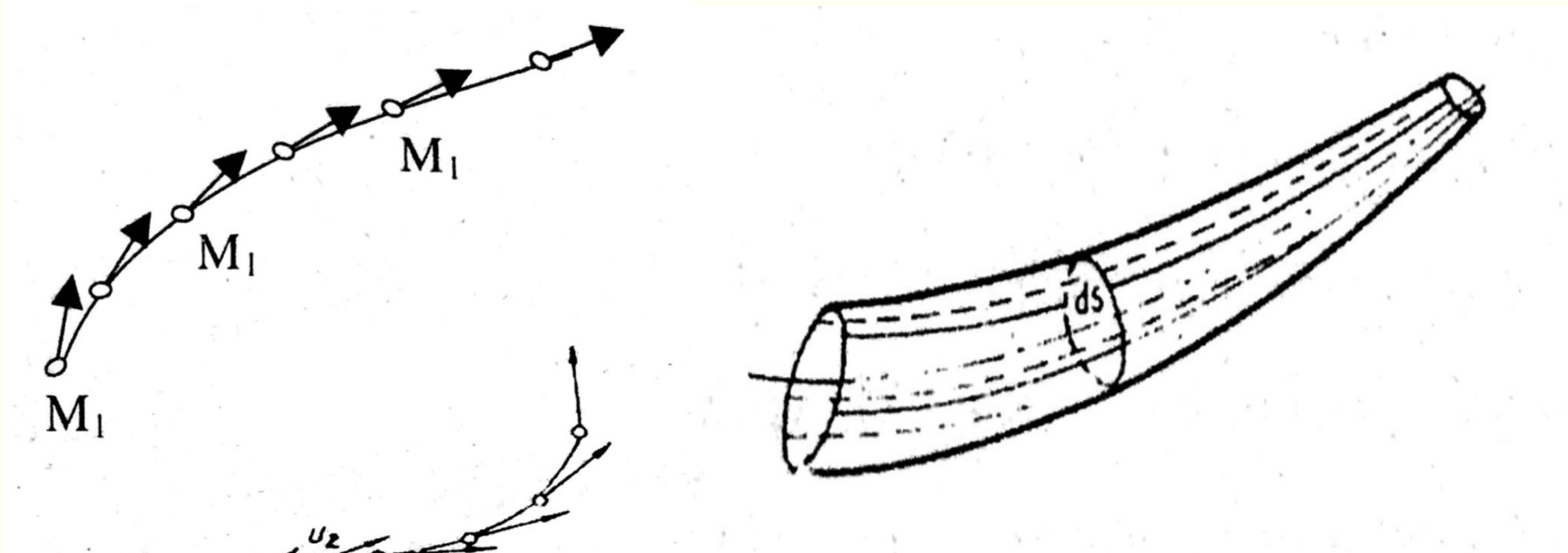


Hình 3.2 Phân loại dòng chảy



## 2. Đặc tính động học chất lưu

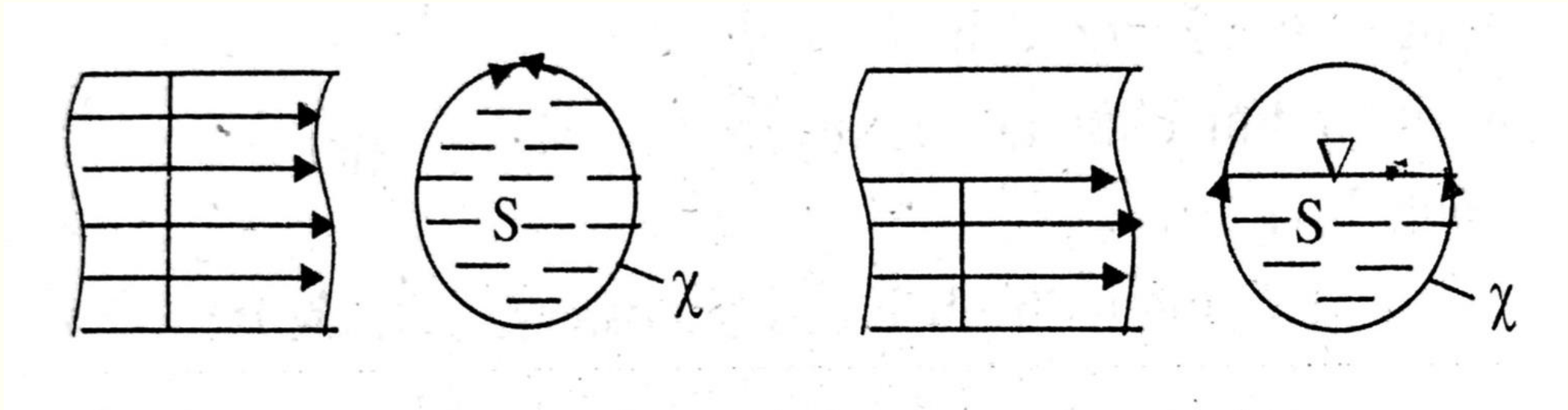
a) Đường dòng, ống dòng, dòng nguyên tố



Hình 3.3 Quỹ đạo, đường dòng, ống dòng

## 2. Đặc tính động học chất lưu

b) Mặt cắt ướt, chu vi ướt, bán kính thủy lực



Hình 3.4 Đặc trưng thủy lực của dòng chảy

## 2. Đặc tính động học chất lưu

### ***b) Mặt cắt ướt, chu vi ướt, bán kính thủy lực***

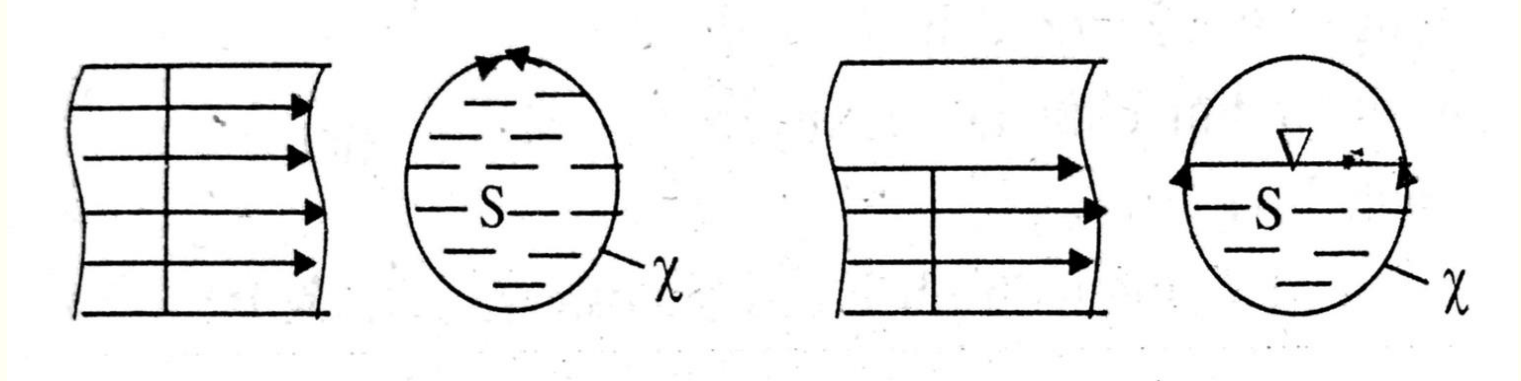
Mặt cắt ướt: ký hiệu  $S$ , [ $m^2$ ]- là mặt cắt vuông góc với tất cả các đường dòng.

Khi các đường dòng song song, mặt cắt ướt là mặt phẳng.

Khi các đường dòng không song song, mặt cắt ướt là mặt cong.

Mặt cắt ướt nguyên tố: ký hiệu  $dS$ , [ $m^2$ ]- là mặt cắt ngang của một dòng nguyên tố, do đó *vô cùng nhỏ có thể coi là một mặt phẳng, vận tốc tại mọi điểm trên đó đều bằng nhau và bằng vận tốc điểm tức thời.*

Chu vi ướt, ký hiệu  $\chi$  [ $m$ ] - là đường giao tuyến giữa mặt cắt ướt và thành rắn giới hạn dòng chảy.



## 2. Đặc tính động học chất lưu

### ***b) Mặt cắt ướt, chu vi ướt, bán kính thủy lực***

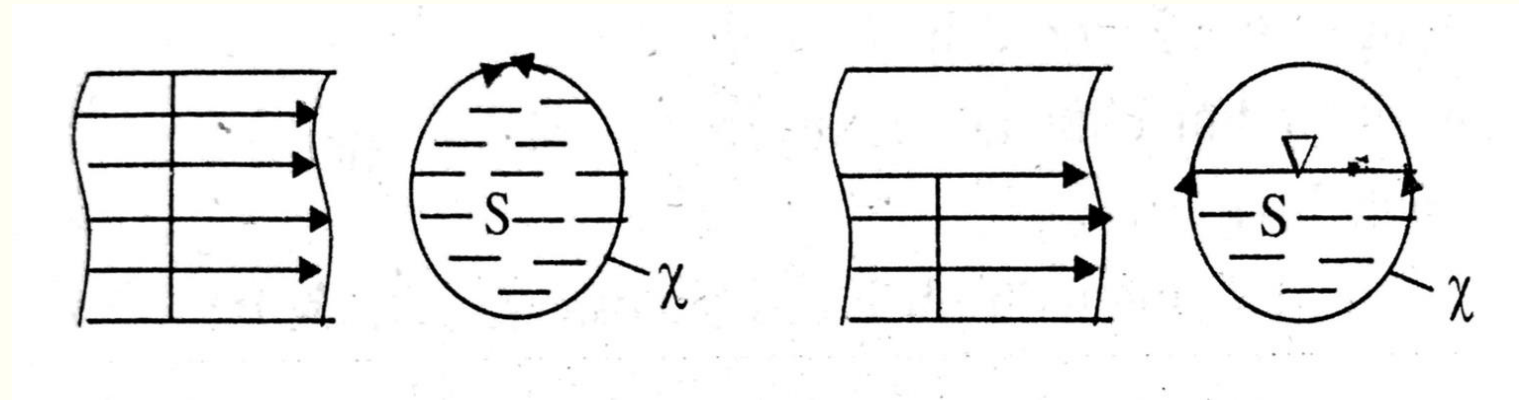
Bán kính thủy lực, ký hiệu  $R_h$  [m] - là tỉ số giữa diện tích mặt cắt ướt chia cho chu vi ướt.

$$R_h = \frac{S}{\chi}$$

Cần phân biệt bán kính thủy lực  $R_h$  và bán kính ống  $r$ .

Ví dụ: Cho dòng chất lỏng chảy đầy (chảy có áp) trong một ống tròn bán kính  $r$ , ta có:

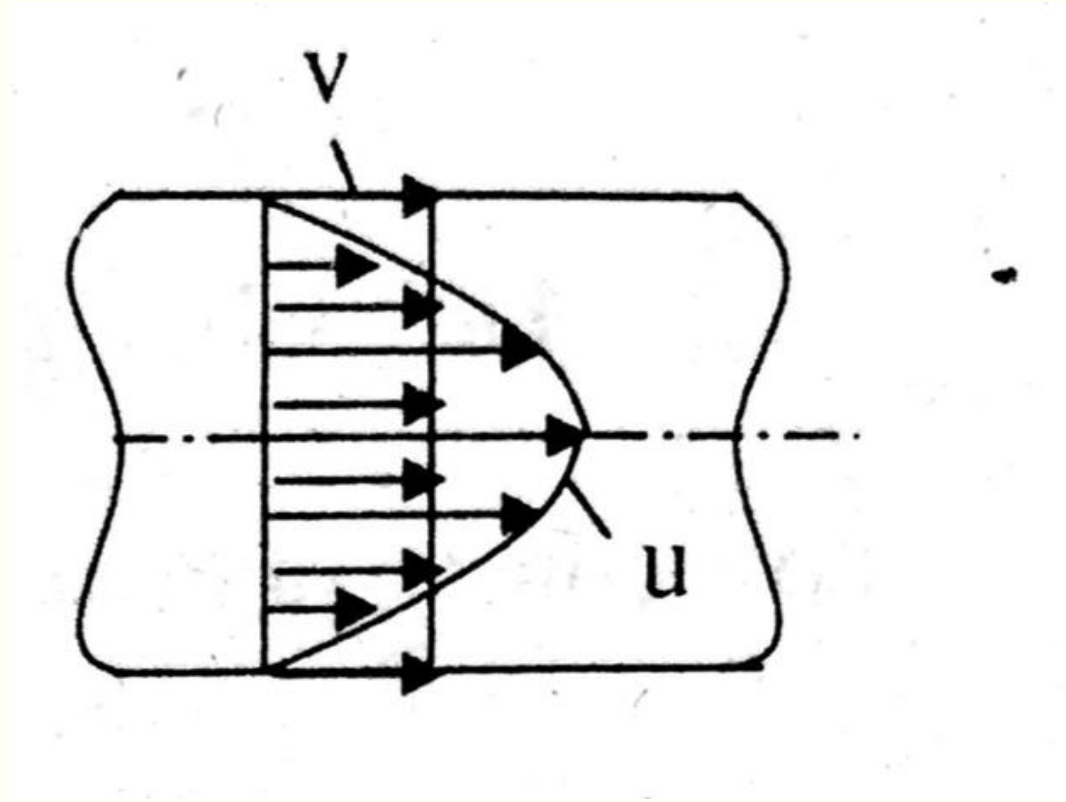
$$R_h = \frac{S}{\chi} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{d}{4}$$



## 2. Đặc tính động học chất lưu

---

c) Lưu lượng, vận tốc trung bình mặt cắt ướt



Hình 3.5 Phân bố vận tốc trung bình

## 2. Đặc tính động học chất lưu

---

### c) Lưu lượng, vận tốc trung bình mặt cắt ướt

*Lưu lượng*: là lượng chất lưu chảy qua mặt cắt ướt trong một đơn vị thời gian.

Lưu lượng có thể tính theo thể tích, khối lượng hoặc trọng lượng.

Lưu lượng thể tích, ký hiệu  $Q$  [ $m^3/s$ ], còn có thể dùng  $l/s$ ,  $m^3/h$ ,... còn được gọi là *lưu lượng*.

Lưu lượng khối lượng, ký hiệu  $M$  [ $kg/s$ ], còn có thể dùng  $g/s$ ,  $kg/h$ ,...

$$M = \rho Q$$

Lưu lượng trọng lượng, ký hiệu  $G$  [ $N/s$ ], còn có thể dùng  $N/ph$ ,  $kG/s$ ,...

$$G = \gamma Q = \rho g Q = gM$$

## 2. Đặc tính động học chất lưu

---

### **c) Lưu lượng, vận tốc trung bình mặt cắt ướt**

Lưu lượng của dòng nguyên tố, ký hiệu  $dQ$ ,  $[m^3/s]$  – là thể tích chất lưu chuyển động qua mặt cắt ướt nguyên tố trong 1 đơn vị thời gian. Ta có:

$$dQ = u dS$$

$dS$ : diện tích mặt cắt ướt dòng nguyên tố,  $m^2$

$u$ : vận tốc trên mặt  $dS$ ,  $m/s$

Vậy: Lưu lượng của toàn dòng chảy:

$$Q = \int_S dQ = \int_S u dS$$

## 2. Đặc tính động học chất lưu

---

### **c) Lưu lượng, vận tốc trung bình mặt cắt ướt**

Vận tốc trung bình mặt cắt ướt, ký hiệu  $v$  [m/s] – là giá trị vận tốc mà lưu lượng tính theo nó cũng bằng lưu lượng tính theo quy luật phân bố vận tốc thực của dòng chảy. Ta có:

$$Q = \int_S u dS = \int_S v dS = v \int_S dS$$

Suy ra:

$$Q = vS \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{Q}{S}$$



# 3. Phân loại chuyển động

## 1. Chuyển động không ổn định, chuyển động ổn định, chuyển động trung bình thời gian

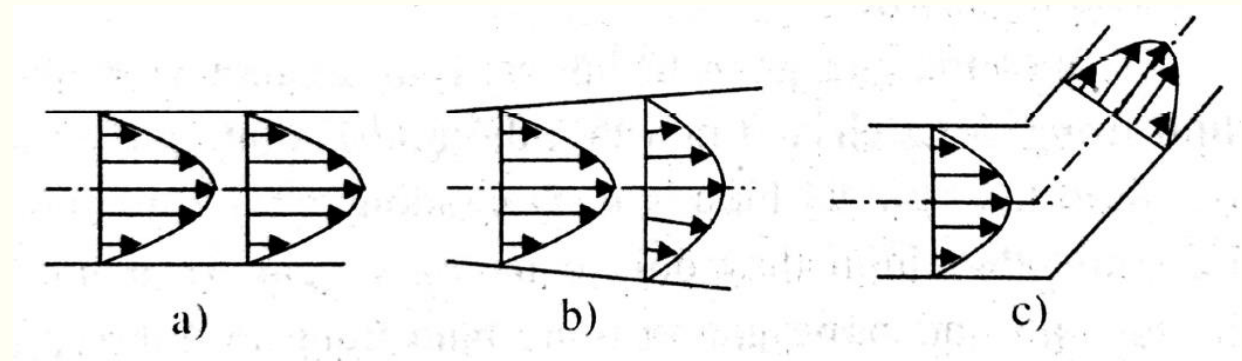
### a) Chuyển động không ổn định (không dừng):

Là chuyển động trong đó các yếu tố chuyển động  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$  là hàm số của tọa độ không gian và thời gian.

$$u = f_1(x,y,z,t) ; \frac{\partial u}{\partial t} \neq 0$$

$$p = f_2(x,y,z,t) ; \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$$

$$\rho = f_3(x,y,z,t) ; \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$$



# 3. Phân loại chuyển động

1. Chuyển động không ổn định, chuyển động ổn định, chuyển động trung bình thời gian

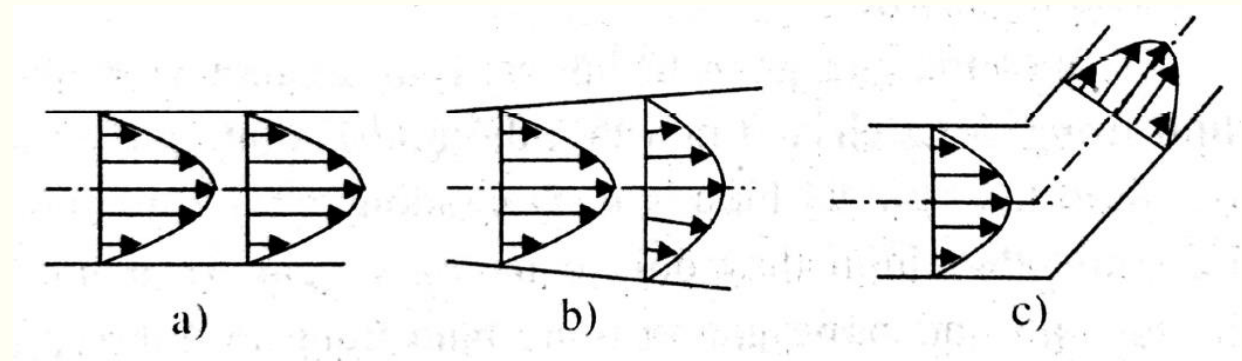
b) Chuyển động ổn định (dừng):

Là chuyển động trong đó các yếu tố chuyển động  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$  ... tại mọi điểm không phụ thuộc thời gian.

$$u = f_4(x,y,z) ; \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$p = f_5(x,y,z) ; \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

$$\rho = f_6(x,y,z) ; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$



# 3. Phân loại chuyển động

## 1. Chuyển động không ổn định, chuyển động ổn định, chuyển động trung bình thời gian

### c) Chuyển động ổn định trung bình thời gian.

Trong kỹ thuật công nghiệp, các yếu tố  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$ , ... phụ thuộc thời gian và không gian, nhưng xét về giá trị trung bình trong một thời gian  $T$  đủ dài thì chúng gần như không đổi, tức là:

$$\overline{u_x} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_x dt$$

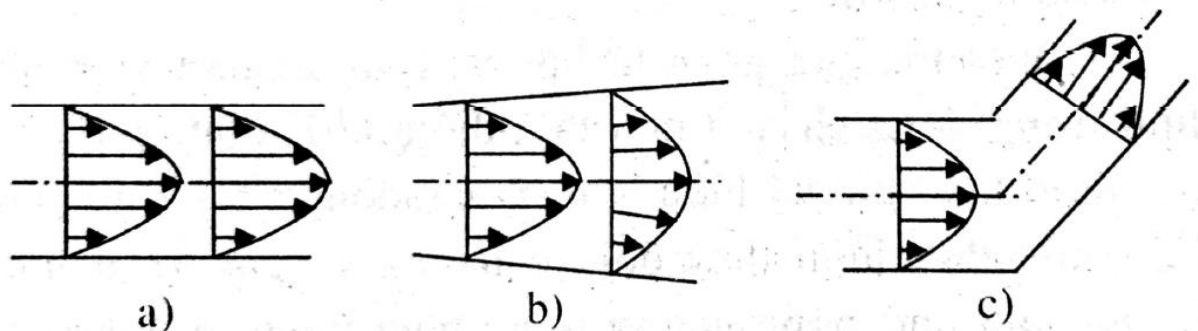
Vận tốc trung bình thời gian theo  $u_x$ .

$$\overline{u_y} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_y dt$$

Vận tốc trung bình thời gian theo  $u_y$ .

$$\overline{u_z} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_z dt$$

Vận tốc trung bình thời gian theo  $u_z$ .



## 3. Phân loại chuyển động

---

**1. Chuyển động không ổn định, chuyển động ổn định, chuyển động trung bình thời gian**

**c) Chuyển động ổn định trung bình thời gian.**

Có trị số gần như không đổi nếu  $T$  đủ dài. Vì vậy các dòng chảy đó gọi là dòng ổn định trung bình thời gian. Trong kỹ thuật người ta cố gắng để tạo ra dòng chảy ổn định.

Đặc điểm của dòng nguyên tố trong chuyển động ổn định.

Trong chuyển động ổn định, đường dòng không phụ thuộc thời gian, do đó các dòng nguyên tố không biến dạng theo không gian.

Chất lỏng không xuyên qua ống dòng từ trong ra ngoài và từ ngoài vào trong. Trong trường hợp này, đường dòng trùng với quỹ đạo.

# 3. Phân loại chuyển động

## 2. Chuyển động đều, chuyển động không đều

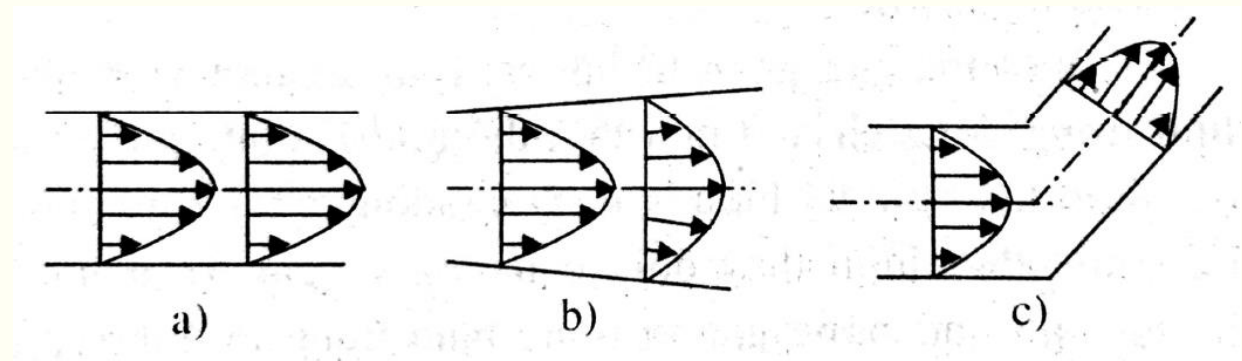
Chuyển động ổn định được chia làm hai loại.

**a) Chuyển động đều:** là chuyển động trong đó quy luật phân bố vận tốc trên mặt cắt ướt không đổi dọc theo dòng chảy.

Trong dòng chảy đều áp suất phân bố theo qui luật thủy tĩnh:

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$$

**b) Chuyển động không đều:** là chuyển động trong đó quy luật phân bố vận tốc trên các mặt cắt ướt thay đổi dọc theo dòng chảy.



# 3. Phân loại chuyển động

## 3. Chuyển động đổi dần và chuyển động đổi gấp

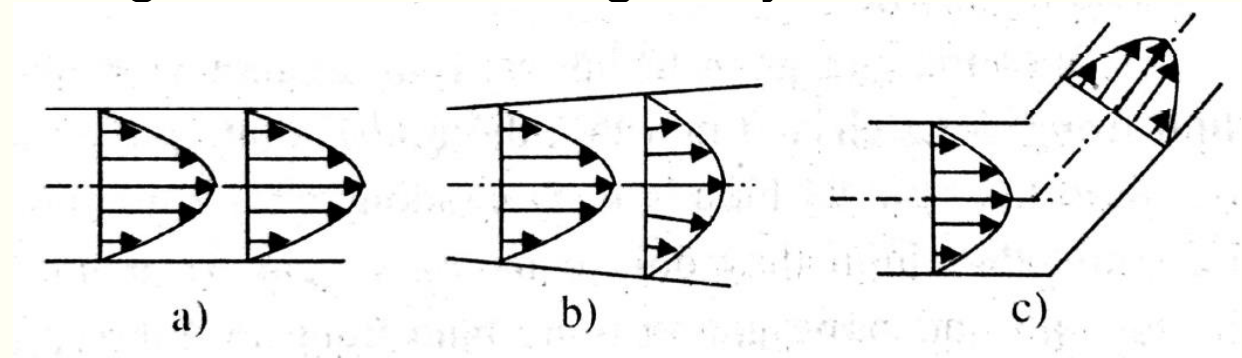
Chuyển động không đều chia làm 2 loại:

**c) Chuyển động đổi dần:** (còn gọi là dòng biến đổi chậm) là chuyển động không đều trong đó các đường dòng gần như song song.

Phân bố áp suất trong dòng chảy đổi dần cũng tuân theo quy luật thủy tĩnh:

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$$

**d) Chuyển động đổi gấp:** là chuyển động mà các yếu tố thủy lực và yếu tố chuyển động thay đổi đột ngột dọc theo dòng chảy.



# 3. Phân loại chuyển động

---

## 4. Chuyển động xoáy và không xoáy

- $\text{rot } \vec{u} \neq 0$  Chuyển động xoáy.
- $\text{rot } \vec{u} = 0$  Chuyển động không xoáy.

Cụ thể trong chuyển động xoáy ta có:  $\text{rot } \vec{u} = 2\vec{\omega}$

Vậy chuyển động xoáy là *chuyển động mà các phần tử chất lỏng tự quay xung quanh một trục quay tức thời đi qua bản thân phần tử chất lỏng.*

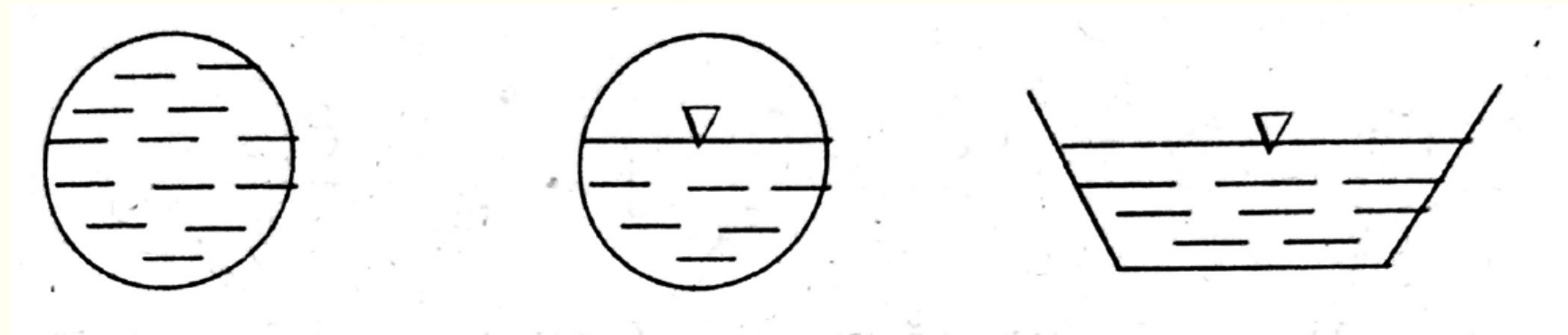
### 3. Phân loại chuyển động

---

#### 5. Chuyển động có áp và chuyển động không áp

a) **Chuyển động có áp:** là chuyển động không có mặt thoáng, chất lỏng chuyển động do chênh lệch áp năng giữa các mặt cắt.

b) **Chuyển động không áp:** là chuyển động có mặt thoáng, chất lỏng chuyển động do chênh lệch vị năng giữa các mặt cắt..





# 3. Phân loại chuyển động

---

## 6. Chuyển động một chiều, hai chiều, ba chiều

**a) Chuyển động một chiều** (còn gọi là chuyển động thẳng):

Gọi  $u_x, u_y, u_z$  - là hình chiếu của  $u$  lên 3 trục.

Ví dụ:

Ta có chuyển động một chiều theo trục  $x$ :  $u_x \neq 0, u_y = 0, u_z = 0$ .

Vậy: chuyển động một chiều là chuyển động mà vận tốc tại mặt phẳng vuông góc với trục chuyển động bằng không.

Trong chuyển động một chiều, tại mặt phẳng vuông góc với trục chuyển động áp suất phân bố theo qui luật thủy tĩnh:

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$$

# 3. Phân loại chuyển động

---

## 6. Chuyển động một chiều, hai chiều, ba chiều

### b) Chuyển động hai chiều (chuyển động phẳng):

Ví dụ: chuyển động hai chiều trong mặt phẳng (xoy):

$$u_x \neq 0, u_y \neq 0, u_z = 0.$$

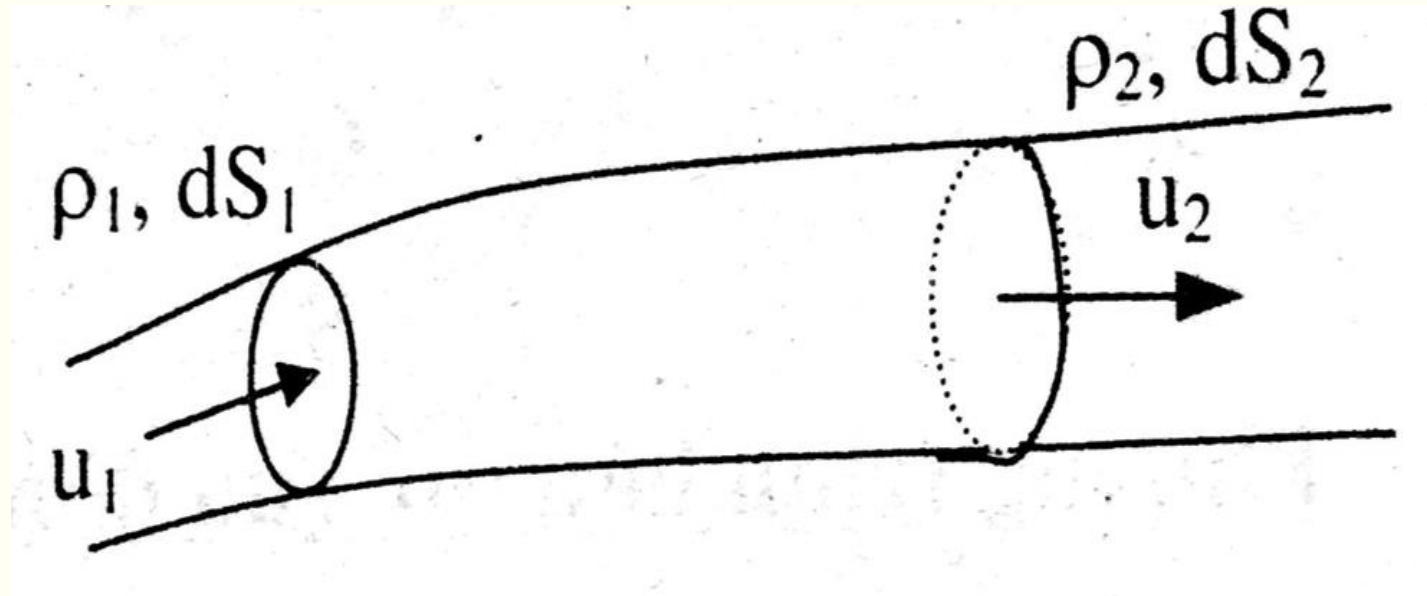
### c) Chuyển động ba chiều (chuyển động không gian):

$$u_x \neq 0, u_y \neq 0, u_z \neq 0.$$

## 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

---

### 1) Phương trình chuyển động của dòng nguyên tố



Hình 3.6 Phương trình chuyển động của dòng nguyên tố

## 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

### 1) Phương trình chuyển động của dòng nguyên tố

Trong một dòng nguyên tố chuyển động ổn định ta xét khối chất lưu giới hạn giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2.

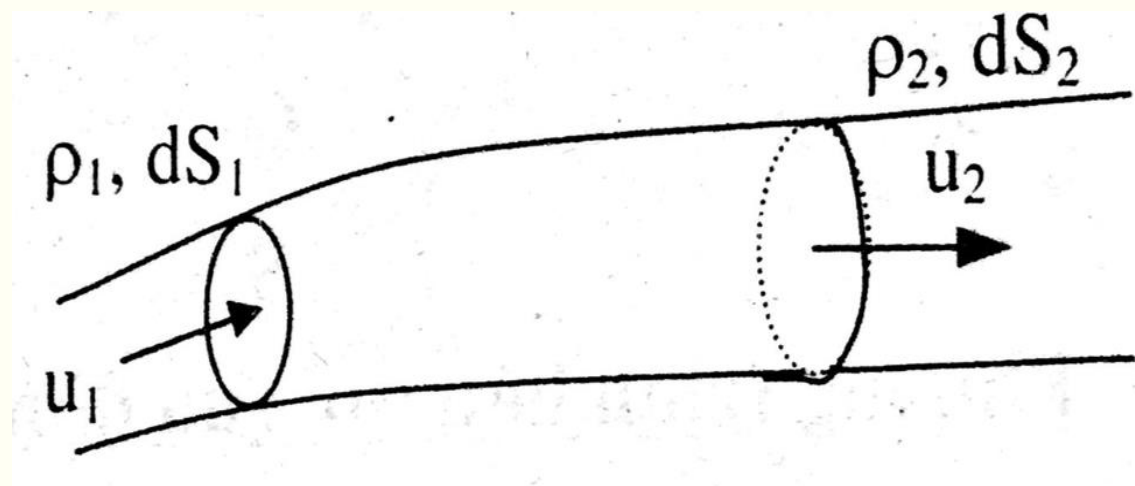
Xét trong khoảng thời gian  $dt$ :

Khối lượng chất lưu chảy qua mặt cắt 1-1 vào đoạn 1-2 là:

$$m_1 = \rho_1 dQ_1 dt = \rho_1 u_1 dS_1 dt$$

Khối lượng chất lưu chảy qua mặt cắt 2-2 ra khỏi đoạn 1-2 là:

$$m_2 = \rho_2 dQ_2 dt = \rho_2 u_2 dS_2 dt$$



## 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

---

### 1) Phương trình chuyển động của dòng nguyên tố

Áp dụng nguyên lý bảo toàn khối lượng trên đoạn 1-2:  $m_1 = m_2$

$$\rho_1 u_1 dS_1 dt = \rho_2 u_2 dS_2 dt$$

Hay:  $\rho_1 u_1 dS_1 = \rho_2 u_2 dS_2$

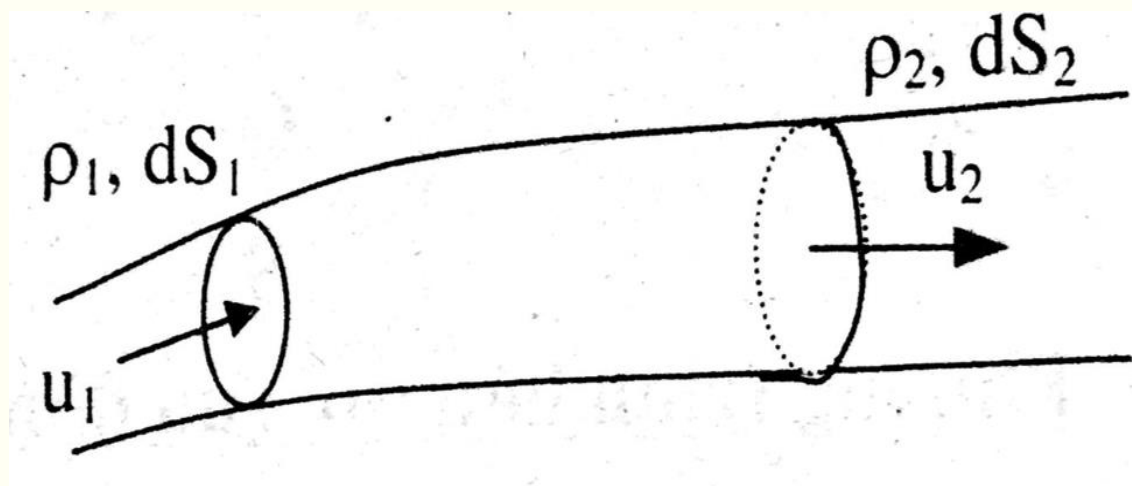
$$\rightarrow dM_1 = dM_2$$

Nếu chất lưu không nén được:

$$\rho = \text{const hay } \rho_1 = \rho_2$$

$$u_1 dS_1 = u_2 dS_2$$

$$\rightarrow dQ_1 = dQ_2$$



## 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

---

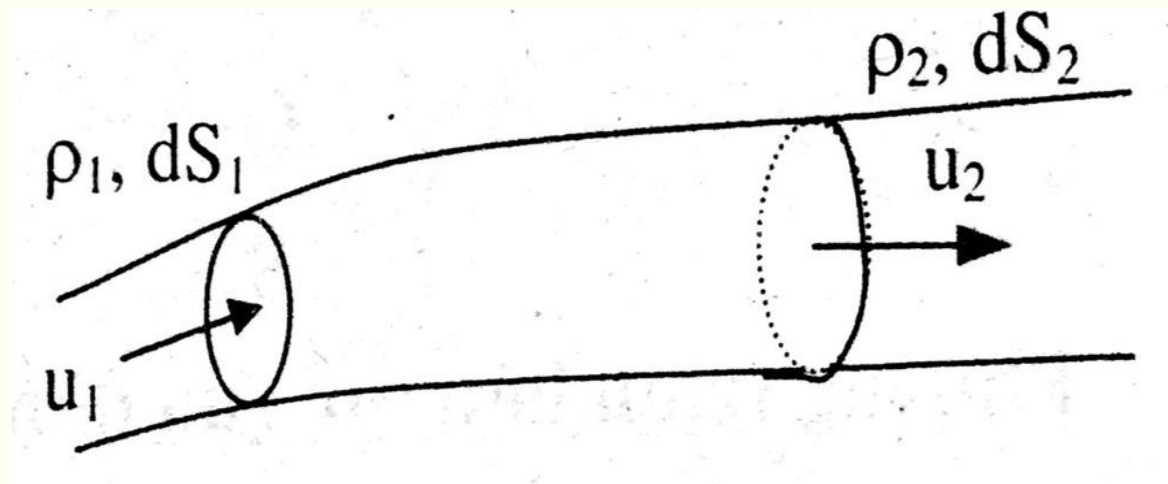
### 2) Phương trình liên tục của toàn dòng chảy

Điều kiện lập phương trình là dòng chảy có kích thước hữu hạn.

Ta mở rộng phương trình liên tục của dòng nguyên tố cho toàn dòng chảy bằng cách tích phân phương trình của dòng nguyên tố trên toàn mặt cắt ướt  $S$ . Ta có:

Đối với lưu chất không nén được  $\rho = \text{const}$ :

$$\int_{S_1} u_1 dS_1 = \int_{S_2} u_2 dS_2 \rightarrow Q_1 = Q_2 \text{ hay } v_1 S_1 = v_2 S_2$$



## 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

---

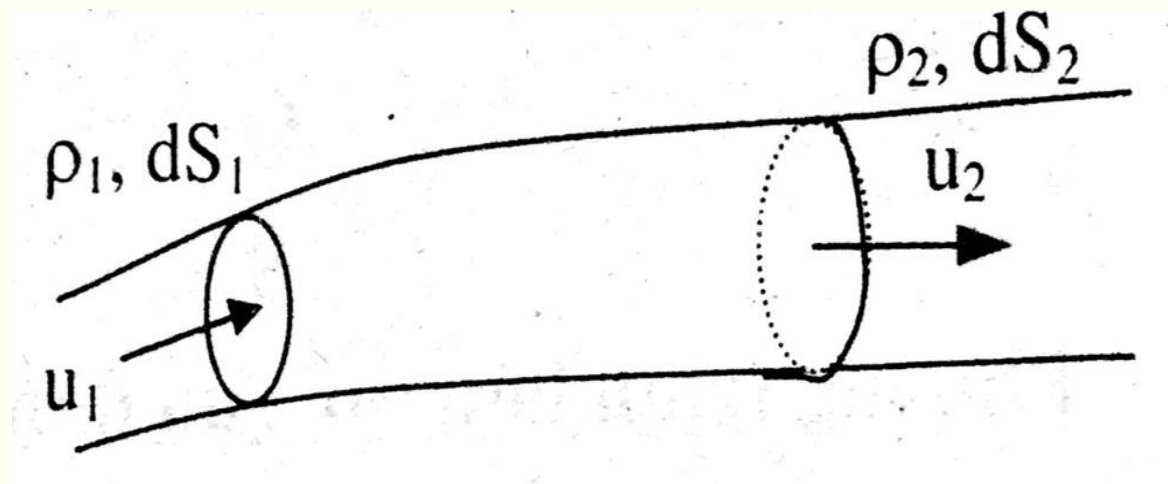
### 2) Phương trình liên tục của toàn dòng chảy

Đối với lưu chất nén được  $\rho \neq \text{const}$ :

$$M_1 = M_2 \text{ hay } \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$$

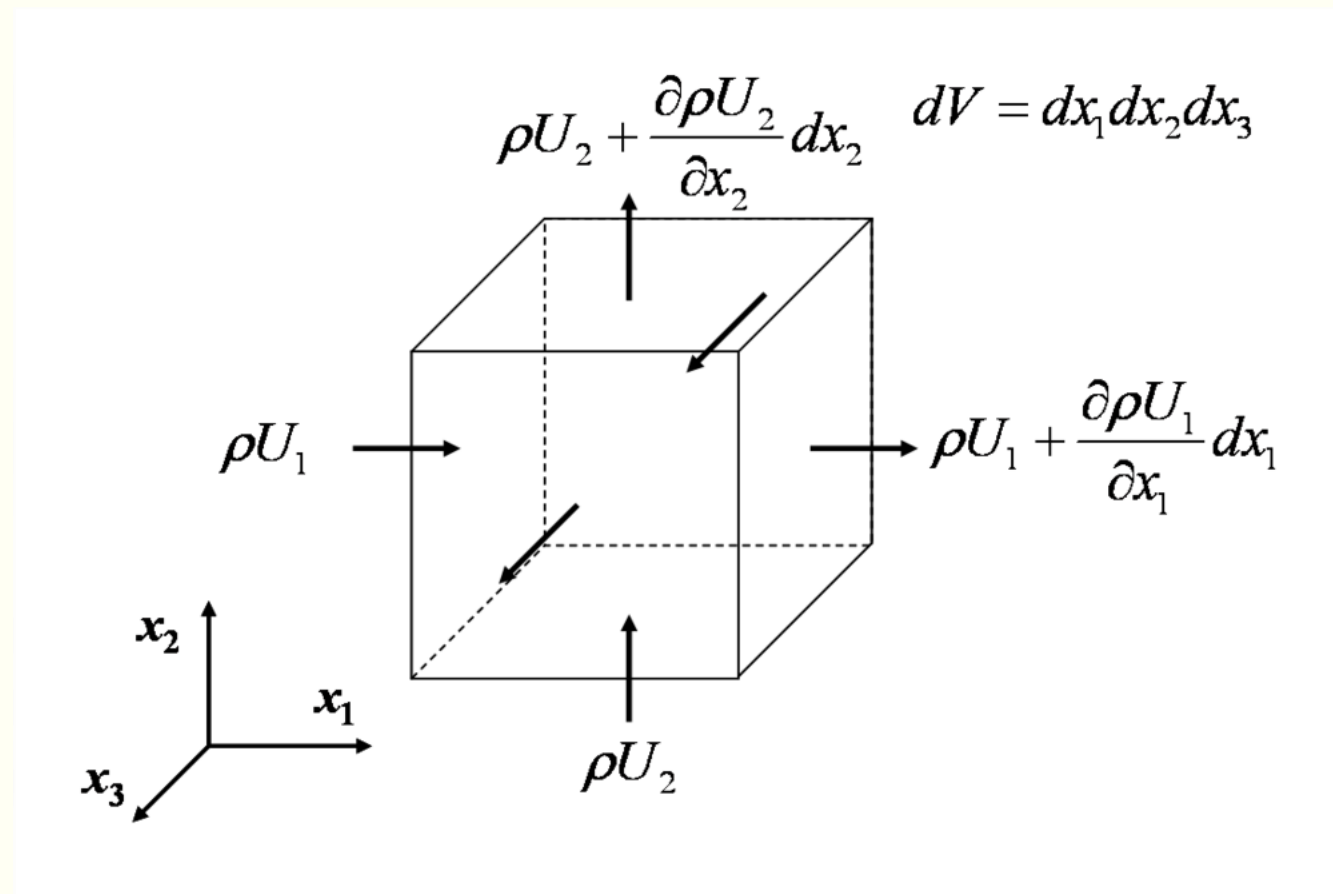
Trên đây là các phương trình liên tục của toàn dòng ổn định có kích thước hữu hạn.

Vậy trong dòng chảy ổn định, lưu lượng qua mọi mặt cắt ướt đều bằng nhau và vận tốc trung bình  $v$  tỉ lệ nghịch với diện tích mặt cắt ướt.



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát



Hình 3.7 Phương trình vi phân tổng quát



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

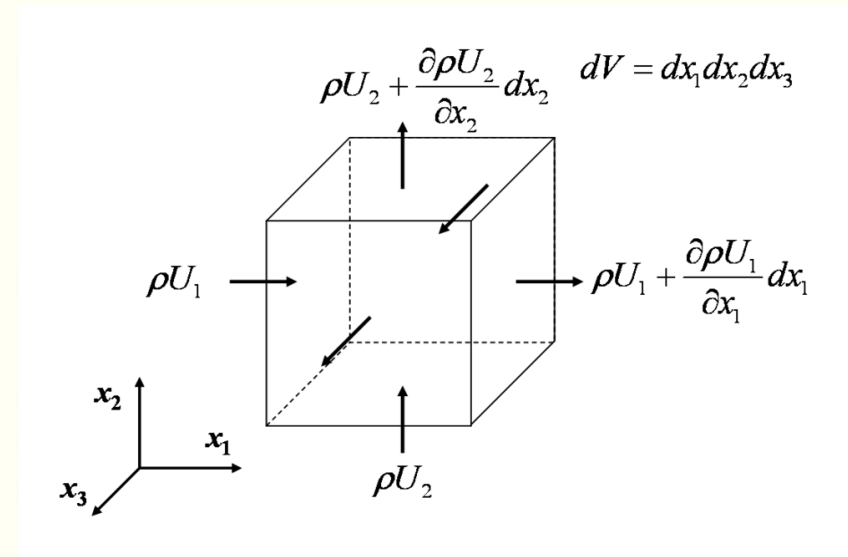
\* Điều kiện để lập phương trình

- Môi trường không có điểm nguồn và điểm hút.
- Không xảy ra phản ứng hóa học làm thay đổi thể tích chất lưu.

\* Lập phương trình vi phân liên tục.

Đối với chuyển động không ổn định và lưu chất nén được, ta có:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

Chứng minh:

Sử dụng điều kiện bảo toàn khối lượng theo thời gian đối với phân tử lỏng:

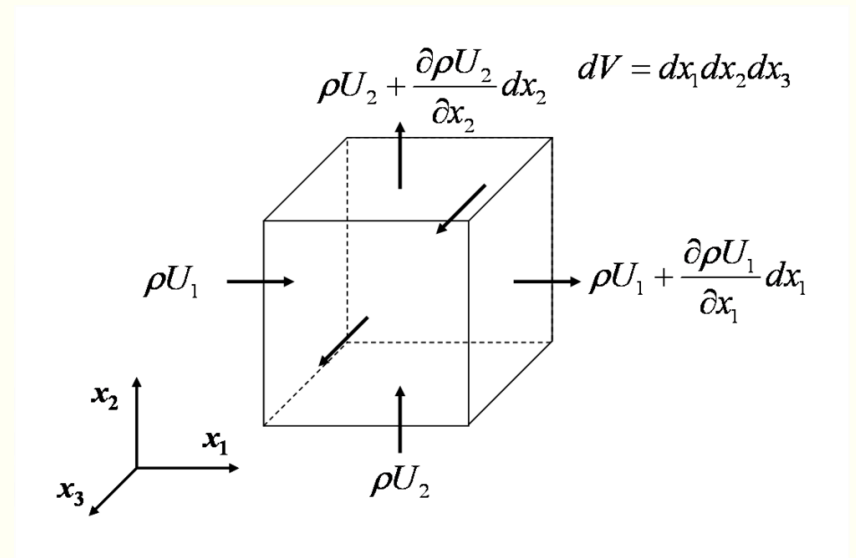
$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho \Delta V)}{dt} = 0$$

Trong môi trường chất lưu ta tưởng tượng tách ra một phân tử lỏng dạng hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' (hình vẽ).

Ta có:

$\Delta V = dx dy dz$  - thể tích phân tử lỏng

$\rho = \rho(x, y, z, t)$  khối lượng riêng chất lưu.



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

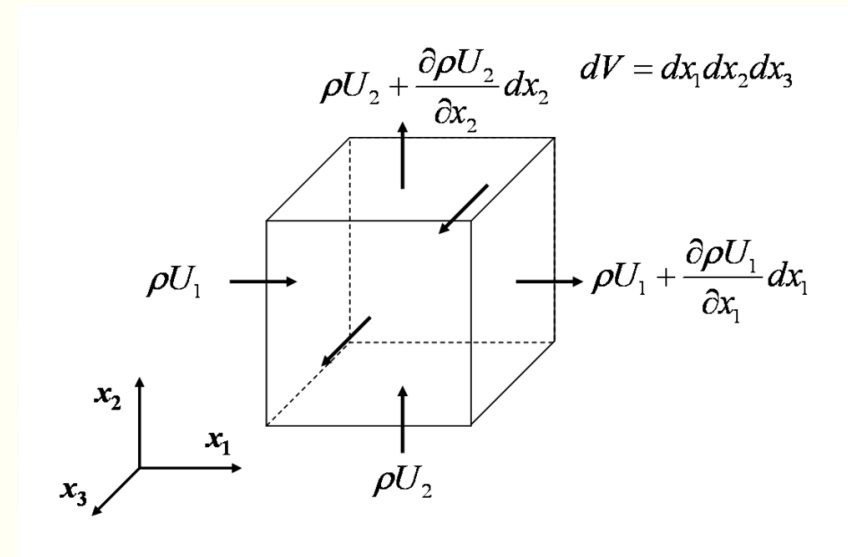
Ta tính biến dạng dài theo trục  $x$  gây ra do sự chênh vận tốc của mặt ABCD và A'B'C'D' là:

Giả sử mặt ABCD có vận tốc là  $u_x$ ;

Ta có mặt A'B'C'D' có vận tốc là:

$$u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$$

(theo khai triển Taylor)



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

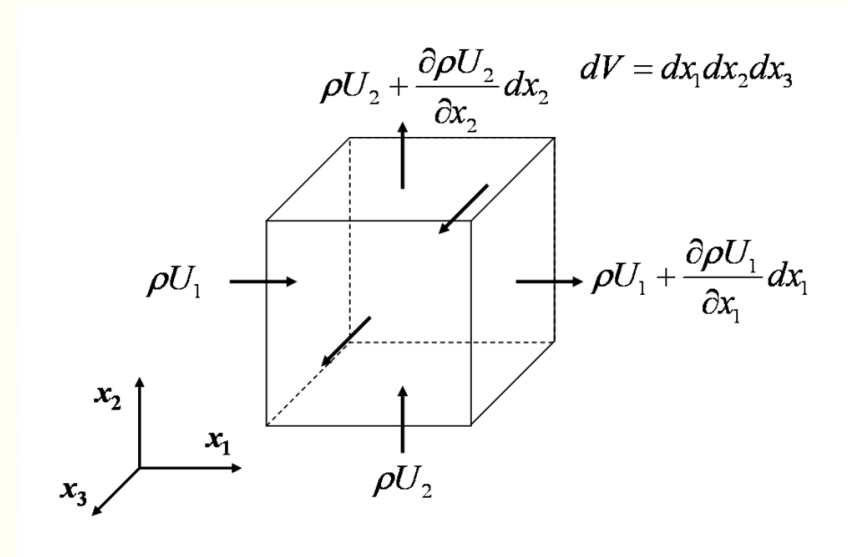
Sau một khoảng thời gian dt:

.mặt ABCD dịch chuyển sang phải một đoạn bằng:  $u_x dt$ ;

.mặt A'B'C'D' dịch chuyển một đoạn bằng:  $(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx) dt$

Vậy sau thời gian dt, thể tích phân tử lỏng thay đổi theo trục x một lượng tuyệt đối là:

$$\begin{aligned} d\Delta V_x &= [(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx) dt - u_x dt] dydz \\ &= \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dy dz dt \end{aligned}$$



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

Tương tự, đối với  $y, z$  ta có:

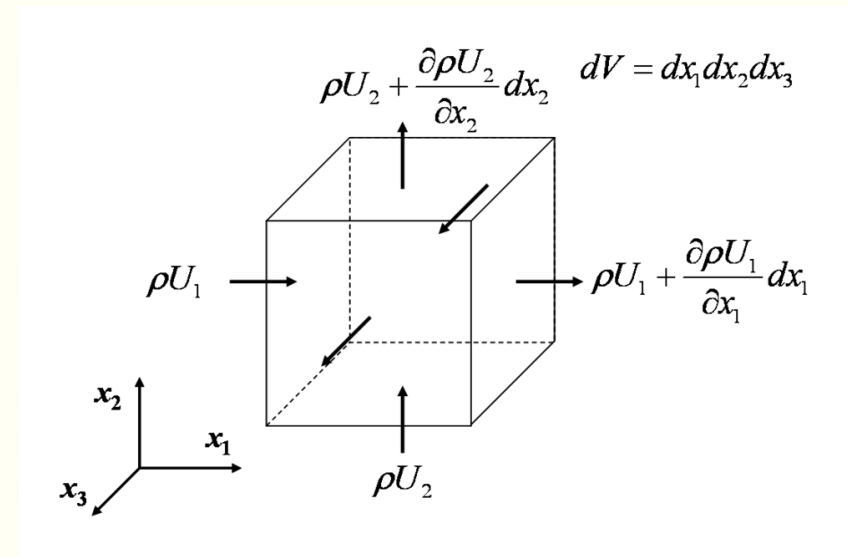
$$d\Delta V_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} dx dy dz dt$$

$$d\Delta V_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} dx dy dz dt$$

Sự thay đổi toàn phần của thể tích phân tử lỏng sau thời gian  $dt$  là:

$$d\Delta V = d\Delta V_x + d\Delta V_y + d\Delta V_z$$

$$d\Delta V = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) dx dy dz dt$$



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

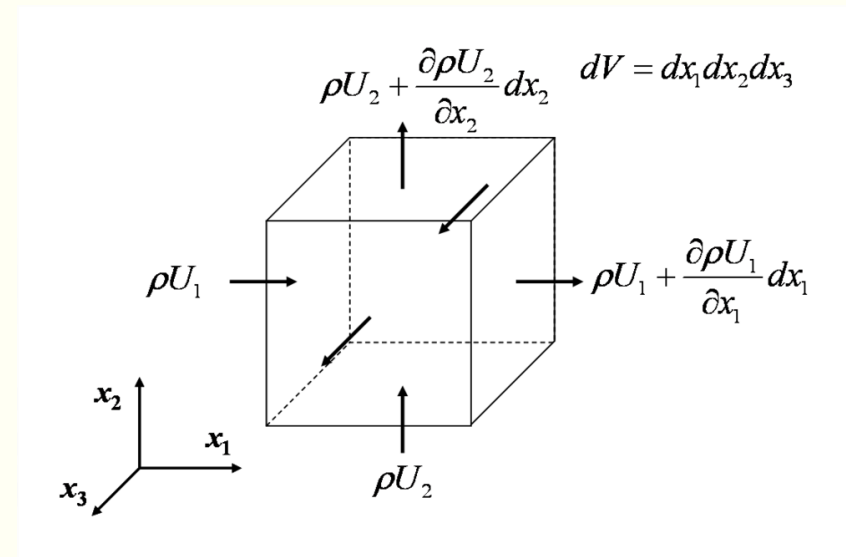
Do đó vận tốc biến dạng tương đối của thể tích phân tử chất lỏng sẽ là:

$$\frac{1}{\Delta V} \frac{d\Delta V}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Thay vào ta có:

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Hay:  $\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z + \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0$



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

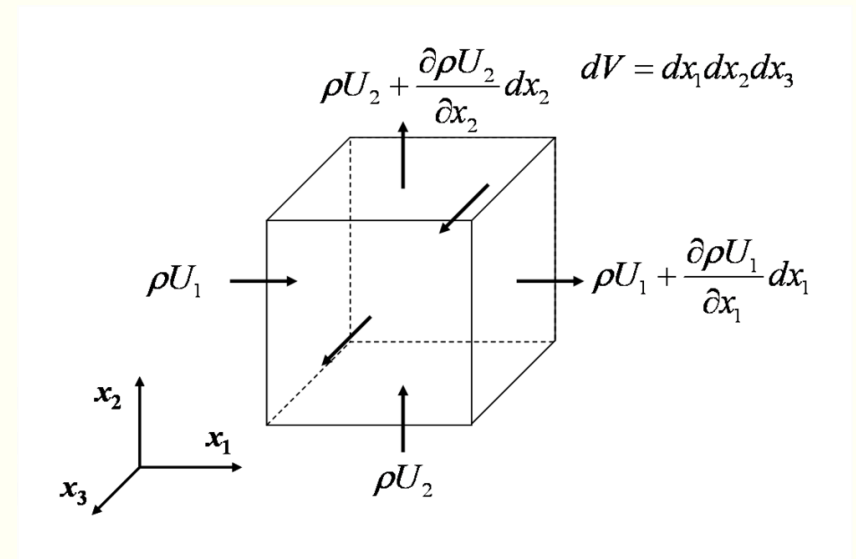
Nhóm các đại lượng và chuyển về đạo hàm của một tích, ta được:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y + \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ & + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

Hoặc có thể viết gọn theo ký hiệu toán học:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

Phương trình trên còn được gọi là *pt vi phân liên tục của dòng chất khí chuyển động không dừng*.



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

Các trường hợp riêng:

+ Chuyển động ổn định, lưu chất nén được  $\rho \neq \text{const}$ :

$$\text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

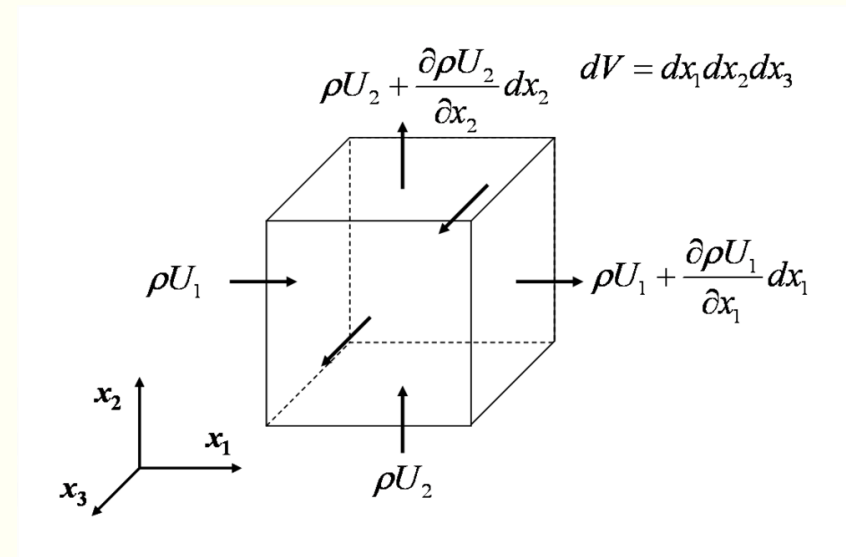
Phương trình trên còn được gọi là *pt vi phân liên tục của dòng chất khí chuyển động dừng*.

+ Chuyển động ổn định,

lưu chất không nén được  $\rho = \text{const}$ :

$$\text{div} \vec{u} = 0$$

$$\text{Hay: } \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$





# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

Các trường hợp riêng: Chuyển động ổn định, lưu chất nén được  $\rho \neq \text{const}$ :

$$\text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

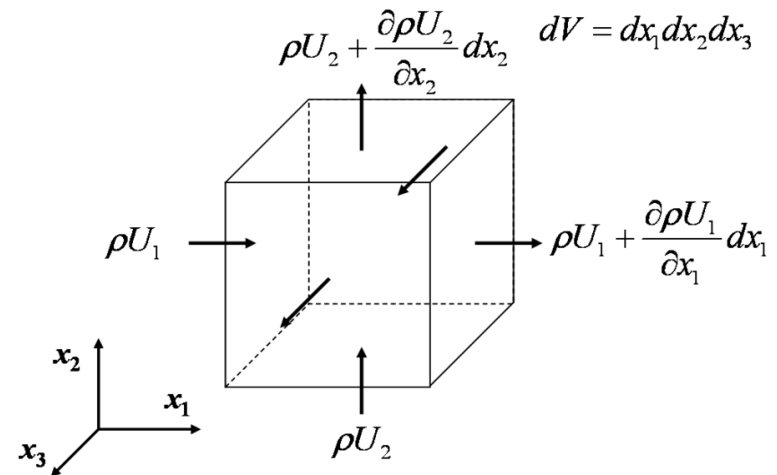
Phương trình trên còn được gọi là *pt vi phân liên tục của dòng chất khí chuyển động dừng*.

Chuyển động ổn định, lưu chất không nén được  $\rho = \text{const}$ :

$$\text{div} \vec{u} = 0$$

$$\text{Hay: } \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Phương trình trên còn được gọi là *pt vi phân liên tục của dòng chất lỏng chuyển động dừng*.



# 4. Phương trình liên tục của dòng chất lưu

## 3) Phương trình vi phân liên tục dạng tổng quát

Biểu thức cuối cùng còn được dùng làm điều kiện để xét sự tồn tại của chuyển động.

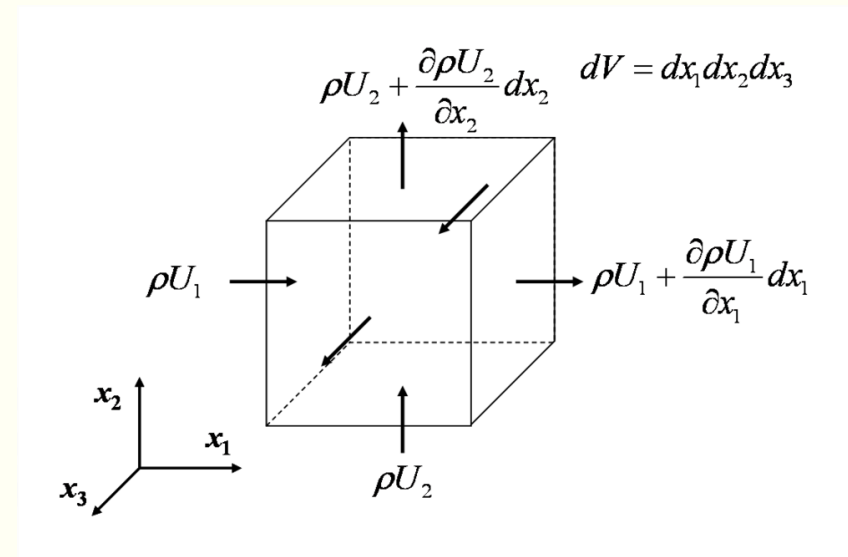
Ví dụ: xét chuyển động phẳng:

$$u_x = ax + by ; u_y = bx + ay$$

Dùng điều kiện trên ta có:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = a + a = 2a \neq 0$$

Vậy không tồn tại chuyển động này.





*The End*